

**FORMULA EMPIRICA PARA EL CALCULO
DEL PERIODO PROPIO DE VIBRACION DE EDIFICIOS
DE HORMIGON ARMADO CON MUROS DE RIGIDEZ**

Arturo ARIAS (*)
Raúl HUSID (**)

RESUMEN

Varios autores, citados en el texto, han propuesto fórmulas empíricas para determinar el valor del período fundamental de oscilación de edificios.

Se analiza la aproximación que se obtiene con cada una de ellas, al comparar los períodos observados por investigadores norteamericanos y japoneses, con los calculados.

Esto es de gran interés en vista de que las normas de diversos países prescriben los esfuerzos sísmicos en edificios, como función del período fundamental de vibrar.

Se hace un estudio estadístico basado en datos experimentales obtenidos por M. Takeuchi (Japón), para determinar si las variables altura, profundidad y densidad de muros son adecuadas para determinar el período fundamental de edificios de hormigón armado. Como resultado de este análisis se concluye que no es recomendable expresar el período en función de las tres variables citadas, sino que basta con la altura y la densidad de muros.

Por último se propone una nueva fórmula deducida del estudio realizado y se da un ábaco para determinar rápidamente el valor del período.

(*) Director del IDIEM, profesor de Mecánica Racional en la Escuela de Ingeniería de la Universidad de Chile.

(**) Ingeniero del IDIEM, profesor de Complementos de Matemáticas Superiores en la Escuela de Ingeniería de la Universidad de Chile.

1. INTRODUCCION

El uso de algún medio para calcular el período propio de las construcciones es indispensable en los países cuyas normas hacen depender las fuerzas sísmicas del valor del período.

Este es el caso de aquellos países que han adoptado normas basadas en la técnica del espectro de aceleraciones. Es también el caso de Chile. En efecto, la actual Ordenanza General de Construcciones^{1 (*)}, clasifica éstas de acuerdo con las "condiciones del suelo en relación con la rigidez de la construcción"; es decir, hace una clasificación según el valor del período propio, la naturaleza del suelo de fundación y el tipo de cimentación, prescribiendo para cada clase un coeficiente sísmico diferente.

Conviene observar, además, que el proyecto de nueva norma chilena para el cálculo antisísmico que actualmente estudia el INDITECNOR, adopta el método del espectro de aceleraciones.

Varios investigadores han propuesto fórmulas empíricas para calcular el período del modo fundamental de vibración de edificios. Por lo menos una de estas fórmulas está incorporada a normas extranjeras y algunas de las otras han sido utilizadas con cierta frecuencia por los ingenieros calculistas. Resulta, entonces, conveniente examinar la aproximación que puede esperarse de ellas.

2. FORMULAS ANALIZADAS

Las fórmulas que se analizarán son las siguientes:

- | | | |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| (a) | $T = (0,07 \text{ á } 0,09)n$ | Taniguchi ² (1934) |
| (b) | $T = 0,1 n$ | U.S.C.G.S ² (1934-35) |
| (c) | $T = (0,09 \text{ á } 0,10)(n + 1)$ | Rosenblueth ² (1954) |
| (d) | $T = 0,0193 H$ | Ulrich y Carder ² (1952) |
| (e) | $T = \frac{H}{150}$ | Korchinsky ² |
| (f) | $T = 0,09 \frac{H}{\sqrt{B}}$ | Joint Committe A.S.C.E ²
(1951) |
| (g) | $T = \left(\frac{1}{50} \text{ á } \frac{1}{80}\right) \left\{4 + H(1 - 4 d)\right\}$ | Takeuchi ³ (1960) |

(*) Los números colocados como exponentes corresponden a la lista de referencias al final del artículo.

Los símbolos empleados en estas fórmulas son:

T = período fundamental, seg;

n = número de pisos;

H = altura del edificio, m;

B = dimensión del edificio en la dirección del movimiento, m;

d = densidad de muros, m^{-1} .

La densidad de muros d ha sido definida³ como "el valor obtenido dividiendo el largo total de los muros (m), medido en la planta, por la suma de las áreas de todos los pisos (m^2). No se considera el espesor de los muros".

Los demás parámetros no necesitan mayor explicación.

No se han incluido en este análisis fórmulas de otro tipo, en las cuales el período es determinado en función de las masas y rigideces de la estructura. De esta naturaleza es, por ejemplo, la fórmula que figura en nuestra Ordenanza.

3. COMPARACION DE LAS FORMULAS CON LOS DATOS EXPERIMENTALES

En las Fig. 1, 2 y 3 se comparan los resultados de mediciones de períodos efectuados en Japón³ y en los E.E.U.U.⁴, en edificios de hormigón armado, con los períodos calculados por cada una de las fórmulas anotadas.

La comparación se ha limitado a edificios de hormigón armado por el gran empleo que tiene este tipo de construcción en nuestro país.

Fórmulas en que el período se expresa en función del número de pisos.

En la Fig. 1 se han representado los datos experimentales^{3, 4} junto con las rectas correspondientes a las fórmulas (a), (b) y (c). Lo primero que se observa es la gran dispersión de los puntos. Se concluye que el número de pisos no es una variable adecuada para expresar el período de edificios de hormigón armado en función de ella solamente. Debe hacerse notar que, salvo la fórmula de Taniguchi

$$T = 0,07 n$$

todas las demás estiman el período por exceso en la mayoría de

los casos, lo que conduce a estimar las fuerzas sísmicas por defecto.

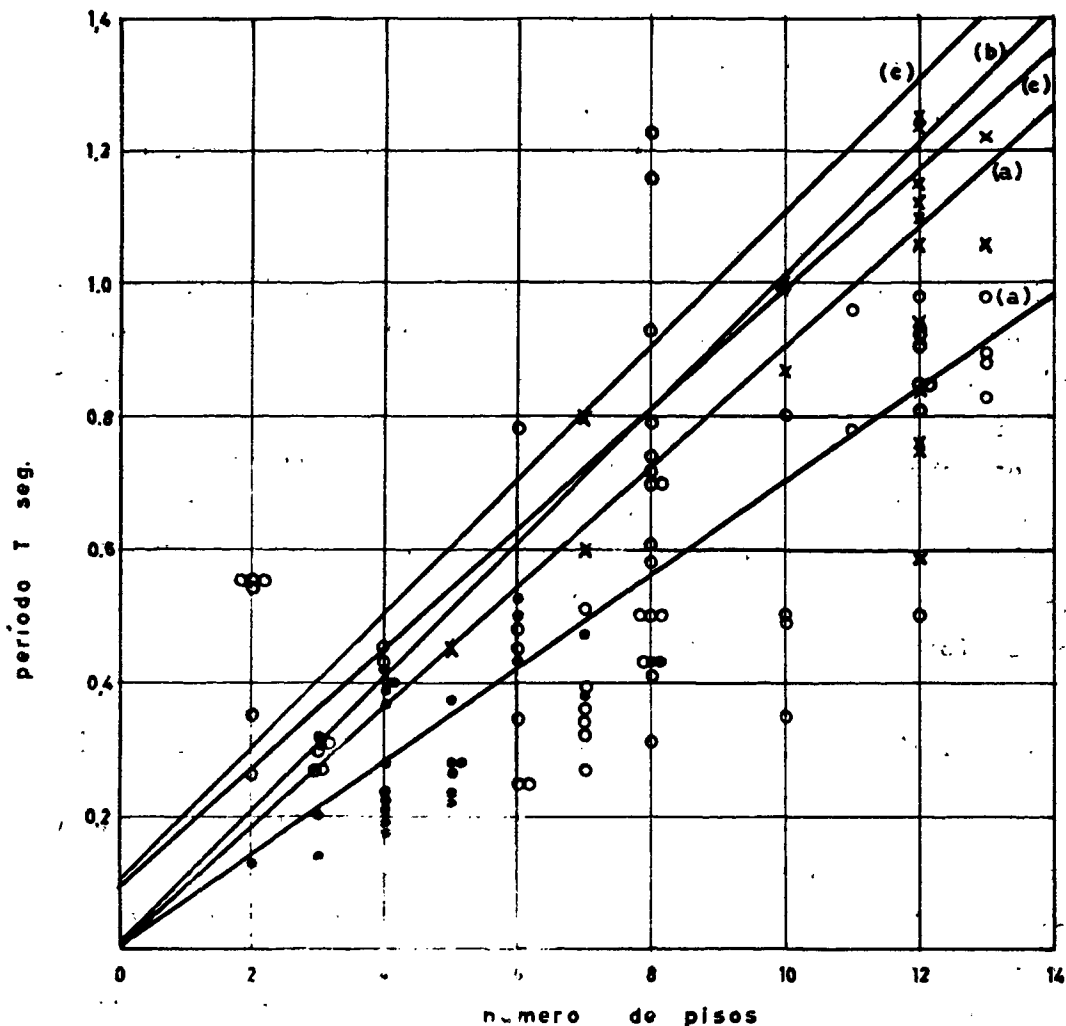


FIG. 1. Períodos de vibración en edificios de hormigón armado en función del número de pisos.

- Nakagawa³
- ◉ USCGS⁴ Edificios con muros y marcos de H.A.
- x USCGS⁴ Edificios con marcos de H.A. y muros de ladrillos.

Fórmulas en que el período se expresa en función de la altura

De los datos representados en la Fig. 2 se deducen observaciones análogas a las hechas anteriormente al analizar las fórmulas que expresan el período en función del número de pisos. La dispersión de los puntos es grande. La variable H no es adecuada para expresar el período de edificios de hormigón armado en función de ella solamente. La fórmula de Ulrich y Carder (d) deja a

la mayoría de los puntos bajo la recta; en cambio, la de Kor-chinsky (e) parece demasiado pesimista.

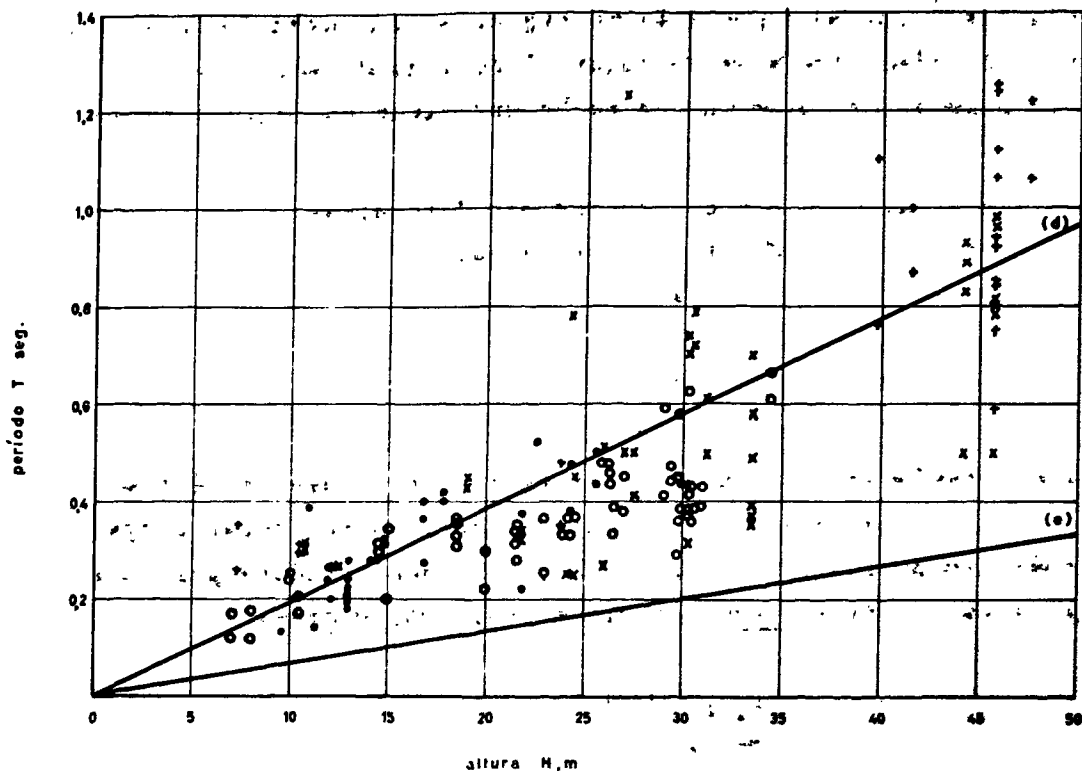


FIG. 2. Períodos de vibración de edificios de hormigón armado en función de la altura.

- Nakagawa³
- Takeuchi³
- × USCGS Edificios con muros y marcos de H.A.⁴
- + USCGS Edificios con marcos de H.A. y muros de ladrillos⁴.

Fórmulas que expresan el período tomando en cuenta la altura y otra variable.

Hemos dejado para el final un examen más detallado de las fórmulas (f) y (g). La primera aparece en las normas californianas y mejicanas^{5, 6, 7} y ha sido considerada en uno de los proyectos de norma INDITECNOR; fué propuesta en 1951 por un comité conjunto de la A.S.C.E. y de la Asociación de Ingenieros Estructurales de California del Norte⁸.

La segunda es un intento de tomar en cuenta en alguna forma la rigidez de los muros sísmicos; ha sido propuesta por Takeuchi³ en la Segunda Conferencia Mundial de Ingeniería Antisísmi-

ca, celebrada en Tokio en 1960.

Se ha hecho un estudio estadístico basado en datos experimentales³ con el objeto de averiguar si las variables H, B, d; son las adecuadas para calcular el período de edificios de hormigón armado. La relación que se ha estudiado es de la forma:

$$T = KH^m B^n d^p$$

en que K, m, n, p son constantes por determinar.

Conviene introducir las variables:

$$X_1 = \log T$$

$$X_2 = \log H$$

$$X_3 = \log B$$

$$X_4 = \log d$$

que transforman la ecuación anterior en una relación lineal.

Se ha examinado primeramente la correlación total entre X_1 y cada una de las variables X_2 , X_3 , X_4 , encontrándose para los respectivos coeficientes de correlación, los valores:

$$r_{12} = 0,87$$

$$r_{13} = 0,31$$

$$r_{14} = - 0,36$$

De aquí se desprende que, sin lugar a duda, H es una variable bien elegida.

Aunque los últimos dos coeficientes de correlación total son significativos al nivel del 5% y de 1%, respectivamente, conviene examinar los coeficientes de correlación parcial y de correlación múltiple. Nos limitamos a dar estos últimos:

$$R_{1(23)} = 0,87$$

$$R_{1(24)} = 0,91$$

$$R_{1(34)} = 0,41$$

$$R_{1(234)} = 0,91$$

Todos ellos son significativos al nivel del 1%.

Salta a la vista inmediatamente que los coeficientes de correlación múltiple en que aparece la variable X_2 son francamente mayores que $R_{1(34)}$. Por lo tanto, no debe pretenderse establecer una relación del tipo examinado entre el período y las demás variables, con exclusión de la altura.

La comparación entre $R_{1(23)}$ y $R_{1(24)}$ nos indica que, si se

quiere usar sólo dos variables independientes, es preferible elegir la altura y la densidad de muros, en lugar de la altura y B.

Todavía más, de la comparación entre $R_{1(24)}$ y $R_{1(234)}$ se infiere que no se gana nada con tratar de expresar el período en función de las tres variables H, B, d; basta con H y d.

Elijiendo estas dos últimas variables como las más adecuadas, se ha encontrado la ecuación de regresión:

$$(h) \quad T = 0,024 H^{0,71} d^{-0,14}$$

En la Fig. 3 se han colocado los datos de Takeuchi³ en función de la variable H/\sqrt{B} . Se observa una dispersión apreciable de los puntos.

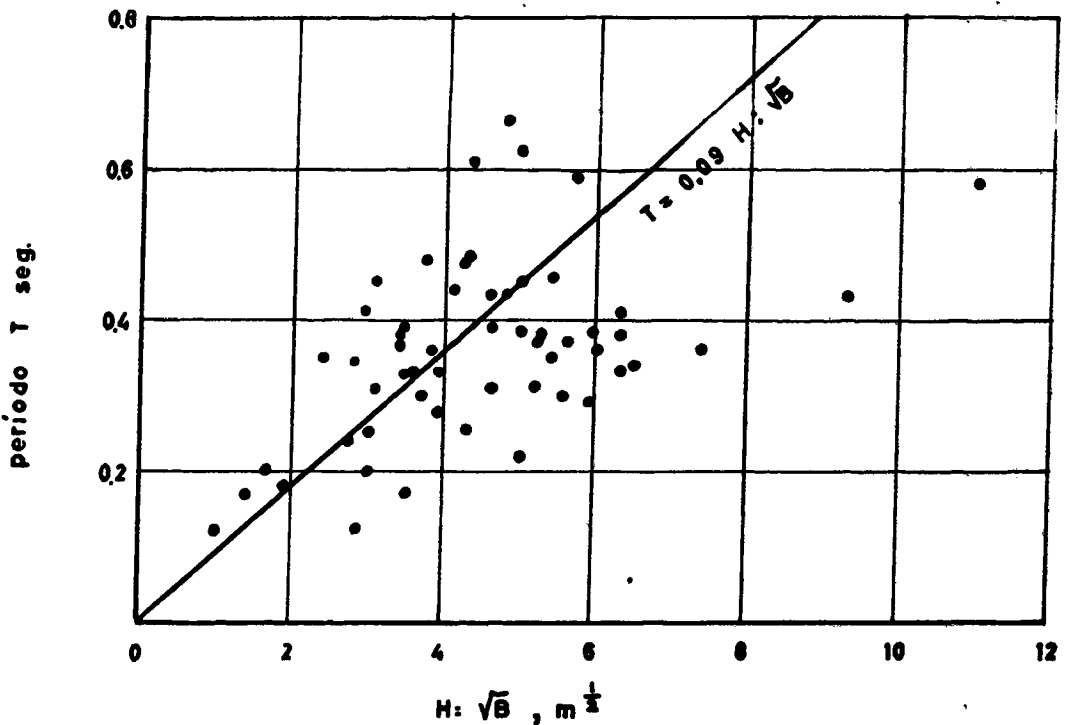


FIG. 3. Período de edificios de hormigón armado expresado como función de H/\sqrt{B} según Takeuchi³.

El error de la fórmula excede en algunos casos del 100% del período observado.

En la Fig. 4, tomada de Takeuchi³, se aprecia que el acuerdo entre los períodos observados y los calculados es satisfactorio.

En la Fig. 5 se han presentado los valores observados³ en un eje y los calculados por la fórmula (h) en el otro. El acuerdo entre ambos es satisfactorio y el error máximo es de 36%. El 84%

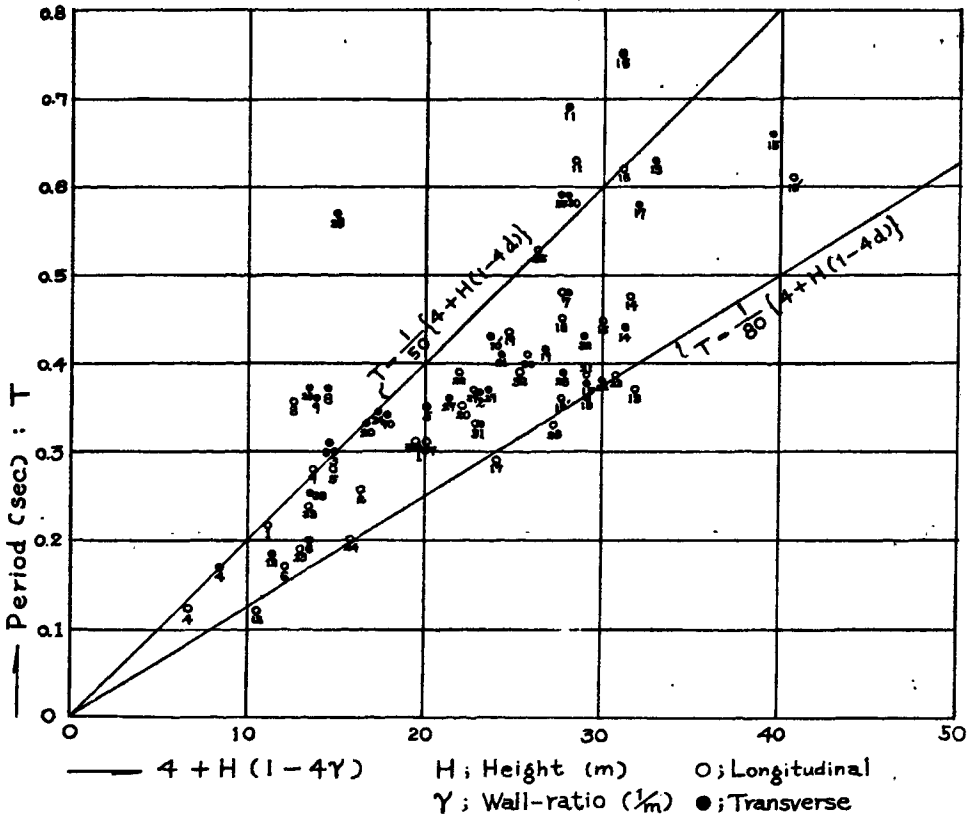


FIG. 4. Comparación entre los períodos calculados según Takeuchi y los períodos observados³.

de los períodos observados quedan comprendidos entre las rectas:

$$(h') \quad T = 0,02 H^{0,71} d^{-0,14}$$

$$(h'') \quad T = 0,03 H^{0,71} d^{-0,14}$$

Bajo la primera recta sólo hay 5 de los 56 puntos, y sobre la segunda hay 4 puntos.

En la Fig. 6 se ha dibujado un ábaco para calcular fácilmente las dos últimas expresiones (h'), (h'').

4. DISCUSION

Una comparación de las fórmulas nos lleva a descartar como inapropiadas para el cálculo del período de edificios de hormigón armado, las fórmulas (a), (b), (c), (d), (e), y (f).

Las fórmulas de Takeuchi (g) y la que aquí proponemos (h) dan precisiones muy semejantes. Aparentemente no habría ventaja en sustituir la fórmula de Takeuchi por otra más complicada.

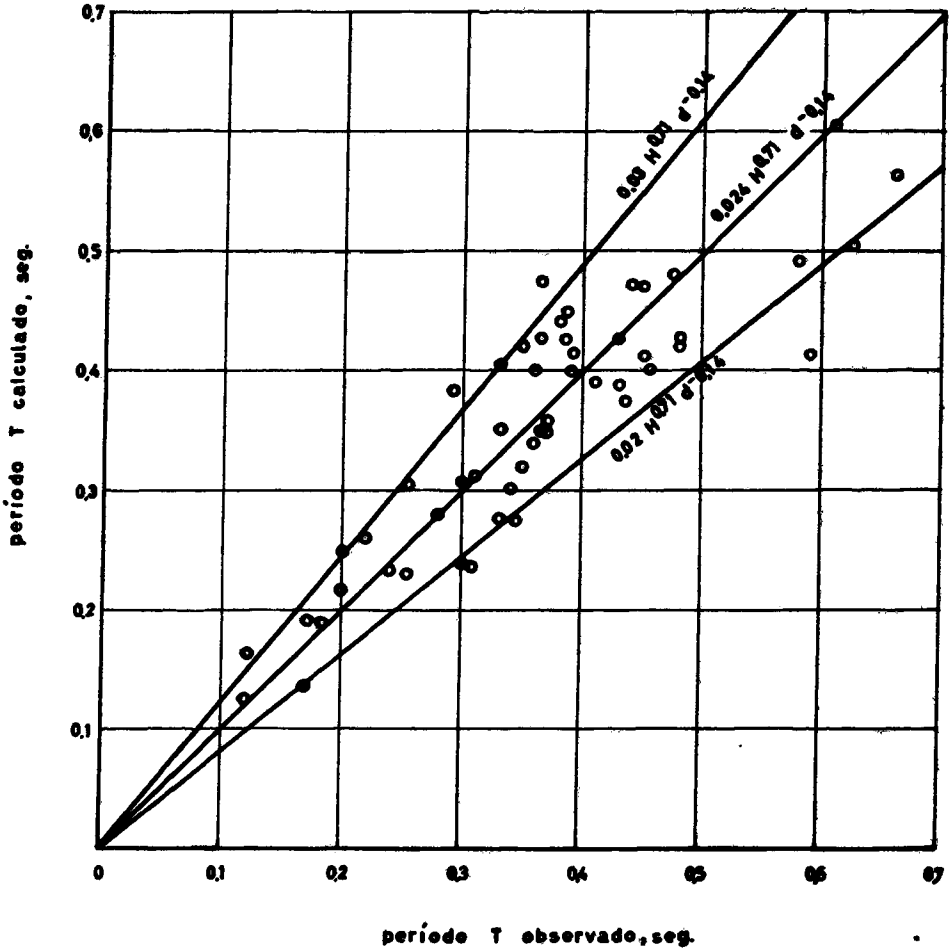


FIG. 5. Relación entre los períodos observados y calculados según (h), para edificios de hormigón armado.

Creemos, sin embargo, que la forma de la ecuación propuesta por Takeuchi no es racional; en cambio la que aquí se propone está más de acuerdo con las formas que tiene la expresión del período de una viga empotrada en un extremo y libre en el otro.

El período del modo fundamental de oscilación de una viga empotrada en un extremo y libre en el otro, está dado por:

$$T = 4 \sqrt{\frac{MH}{\gamma AG}}$$

o por

$$T = 1,79 \sqrt{\frac{MH^3}{EI}}$$

según que la deformación de la viga sea sólo por esfuerzo de corte o sólo por flexión.

En estas fórmulas, T y H tienen el significado anotado ante-

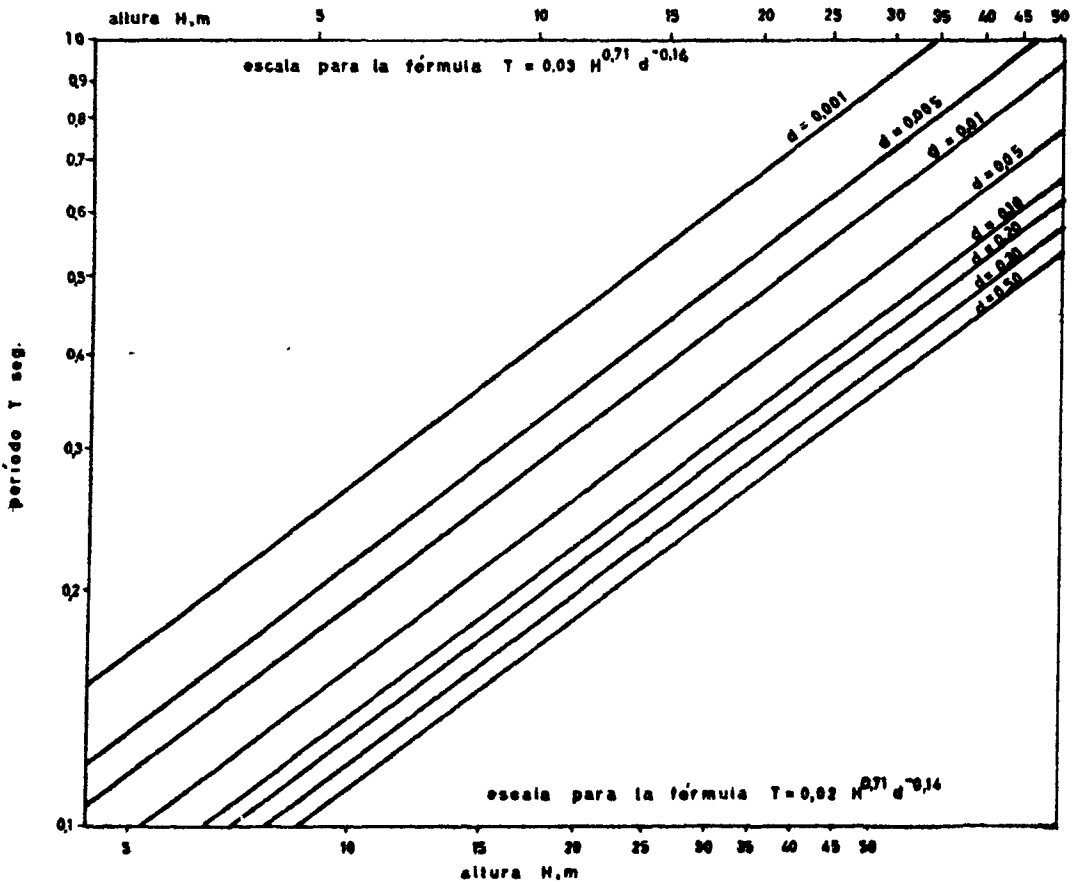


FIG. 6. Abaco para calcular el período de edificios de hormigón armado con muros de rigidez.

riormente.

M = masa total de la viga

A = sección transversal

G = módulo de elasticidad transversal

E = módulo de Young

I = momento de inercia de la sección transversal

v = factor de forma

Ambas fórmulas hacen pensar en una regresión del tipo

$$T = C H^p d^{-q}$$

5. REFERENCIAS

1. Diario Oficial de la República de Chile n° 24883, (31 dic. 1960), p.8-9.

2. IFRIM, M. Dynamic Analysis of Tall structures Subjected to Earthquake Motion Proc. Sec. World Conf. on Earthquake Engineering, vol. II, Tokio p. 1945.
3. TAKEUCHI, M y K. NAKAGAWA Vibrational Characteristics of Buildings. Parts I and II. Proc. Sec. WCEE, vol. II, Tokio, 1960, p. 961-977.
4. CARDER, D.S. Vibration observations, Earthquake Investigations in California. 1934-1935. U.S. Department of Commerce Coast and Geodetic Survey, Special Publication n° 201, Washington, 1936.
5. Seismology Committee. Structural Engineers Association of California. Recommended Lateral Force Requirements, Earthquake Resistant Regulation of the World, Tokio, 1960, p. 139.
6. San Francisco Building Code. Article 23. Lateral Forces Ibid.
7. Mexico City Emergency Regulations of 1957. Aseismic Design of Structures, Ibid, p. 78.
8. Varios autores Lateral Forces of Earthquake and Wind Transactions ASCE, vol. 117 paper n° 2514, 1952.

**EMPIRICAL FORMULA FOR THE COMPUTATION OF NATURAL
PERIODS OF REINFORCED CONCRETE BUILDINGS
WITH SHEAR WALLS**

SUMMARY:

A statistical analysis of experimental data obtained by M. TAKEUCHI is done to find out whether height, depth and wall density are appropriate variables to compute the fundamental period of reinforced concrete buildings. It turns out from this analysis that the period may be calculated best as a function of height and wall density, there being no need and no advantage in taking depth as a third independent variable.