Ing. José H. Muñoz Vadillo

Vibración de estructuras

La Ordenanza de Construcciones, modificada recientemente, exige ahora la determinación del período propio de vibración de las estructuras con el objeto de preveer su comportamiento ante los movimientos sísmicos.

Aún cuando en dicho Reglamento se dan algunas fórmulas para su determinación, presenta interés por su sencillez, el procedimiento de cálculo que se explica a continuación.

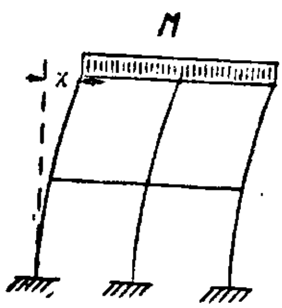

Fig. 1.

Considerando una estructura, como la representada en la figura 1, que se encuentra vibrando libremente, en un instante «t» se encontrará alejada de su posición de equilibrio en una cantidad «x». En este caso puede escribirse, despreciando la masa de la estructura con respecto a la carga M, que las fuerzas de inercia son iguales a la reacción elástica del sistema, o sea que:

$$M \frac{d^2 x}{d t^2} = - k x \quad (1)$$

Para determinar la constante «k» de proporcionalidad entre esfuerzos y deformaciones, resulta útil referirse a la deformación «f» que produciría una fuerza $P = M g$, actuando horizontalmente; entonces:

$$P = Mg = k f$$

de donde

$$k = \frac{M g}{f}$$

valor que reemplazado en la ecuación (1) permite escribir:

$$\frac{d^2 x}{d t^2} = - \frac{g}{f} x \quad (2)$$

ecuación diferencial que rige el movimiento oscilatorio del sistema.

Es sabido que la solución de las ecuaciones diferenciales de este tipo es una función sinusoidal cuyo período «T» es:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{f}{g}} \quad (3)$$

La ecuación (3) demuestra que en este caso de cargas situadas a un mismo nivel se reduce el problema al cálculo de la flecha de la estructura sometida a una fuerza horizontal igual en valor a la carga considerada.

El procedimiento no tiene restricción ninguna en cuanto al tipo de estructura pudiendo tratarse de sistemas hiperestáticos, en cuyo caso la flecha se determinaría por los métodos conocidos de «slope deflections», etc.; o de estructuras trianguladas para las cuales se aplicarían los métodos de Williot, Müller-Breslau u otros.

Comparando la ecuación (3) con la fórmula que da el período de oscilación de un péndulo se observa que la estructura vibraría con un período igual al de un péndulo simple de longitud igual a la flecha «f».

Si se aplica la ecuación (3) al caso de una varilla flexible con una carga P en su extremo, tendremos:

$$f = \frac{P h^3}{3 E I} \quad \text{y} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{P h^3}{3 E I g}}$$

que es la fórmula que da el Reglamento para este caso.